Cinemàtica en una dimensió

Com ja sabem, els cossos ocupen zones en l'espai; posicions que poden variar. Quan això succeeix, és a dir, quan el punt en que es troba un cos varia, diem que aquest cos ha experimentat un moviment. Definiríem **moviment** (VIDEO MOLT BO), doncs, com el canvi de posició d'un cos al llarg del temps.

El moviment ***és sempre relatiu*** ja que depèn de l'observador i de la referència d'eixos emprada per descriure'l. Per tant, en l'estudi del moviment, haurem d'escollir un **sistema de referència** entre els següents, que són els més utilitzats:

- **Sistema laboratori**: sistema de referència que es troba a la superfície terrestre i en el que, per tant, els eixos de coordenades estan fixos i no varien.

- **Sistema fora del laboratori**: sistema que no té el seu origen al sistema laboratori. Pot ser, per exemple, al centre de la Terra, a l'espai, a un satèl·lit . . .

A més, no existeix cap moviment absolut com tampoc existeix el repòs absolut: no hi ha cap punt de l'Univers que es trobi en un repòs total.

Per estudiar el moviment d'una forma més simple podem negligir el volum del cos i suposar que tota la seva massa està concentrada en un punt (**centre de masses**). En aquest tipus d'*estudi del moviment*, és a dir, en aquest tipus de **cinemàtica**, estarem considerant el cos com un ***mòbil puntual***.

Classifiquem els moviments segons la trajectòria que descriuen els cossos quan es mouen. Manca saber que la **trajectòria** és el conjunt de punts en l'espai per on passa un cos en moviment.

Els moviments poden ser de dos tipus, rectilinis i circulars. Qualsevol altra trajectòria es pot considerar com una combinació d'aquests dos moviments.

Els moviments circulars són moviments de dos dimensions en que la trajectòria que segueix el cos en moviment és una circumferència.

Els **moviments rectilinis** són els moviments d'una sola dimensió en que la trajectòria del mòbil sobre el qual actuen és una línea recta.

Per estudiar-los hem de tenir en compte el *sistema de referència* que emprarem. Podem escollir el de coordenades cartesianes [representant l'eix d'abscisses horitzontalment (eix X) i el d'ordenades verticalment (eix Y)] per simplificar el seu estudi.

Escollirem la recta de forma que la trajectòria del mòbil hi estigui a sobre i, a partir d'un punt arbitrari (*origen*), donarem sentit positiu o negatiu a les posicions segons es trobin a la seva dreta (+) o la seva esquerra (+), en el cas de l'eix de les abscisses, a sobre (+) o a sota (-) , en el cas de l'eix de les ordenades.

També hem de tenir clar quines són les *magnituds* que cal estudiar per descriure qualsevol moviment rectilini. Les magnituds vectorials de posició ($\vec{r}$), desplaçament ($\Delta\vec{r}$), velocitat ($\vec{v}$) i acceleració ($\vec{a}$), en el cas del moviment rectilini, poden fer-se servir com a escalars i simbolitzar-se de la forma següent: **x** o **y** (posició) , Δ**x** o Δ**y** (desplaçament), **v** (velocitat) i **a** (acceleració). Això és degut a que tenen una única *direcció* (eix X o Y), a que el *mòdul* és el valor que tenen sobre la recta, i a que el *sentit* té el criteri de signes que he explicat anteriorment (és positiu o negatiu depenent del punt al qual es trobi en comparació a l'origen).

Els moviments rectilinis, al seu torn, poden classificar-se, segons actuï o no sobre ells una acceleració, en **MRU** (Moviment rectilini uniforme) o **MRUA** (Moviment rectilini uniformement accelerat). Els descriurem, també, de forma diferent.

Moviment rectilini uniforme (MRU)

(Ratoneja AQUÍ i fes-ho seguidament amb el títol)

Direm que una partícula està en **moviment rectilini uniforme** si manté la seva velocitat constant i, per tant, no pateix cap variació en el seu mòdul ni en la seva direcció.

Per estudiar-lo, haurem de saber les equacions que ens ajudaran a descriure'l i el model de representació gràfica que obtindrem, si escau:

A. **Equació de moviment**

Considerant que la partícula surt de la posició $\mathbf{x_0}$ en l'instant $\mathbf{t_0}$ i passa per la posició **x** en l'instant **t**, tenim que:

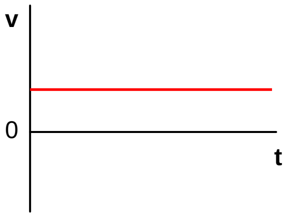
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

A partir d'aquesta fórmula podem calcular la posició del mòbil en qualsevol instant:

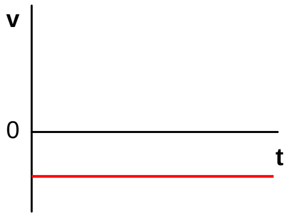
$$x = x_0 + v\,(t - t_0)$$

B. **Representació gràfica**

1. *Gràfic velocitat - temps (v - t)*

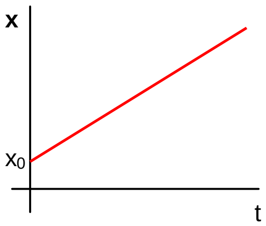


(a) *Velocitat positiva.*

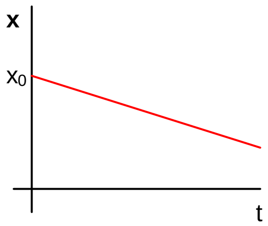


(b) *Velocitat negativa.*

2. *Gràfic posició - temps (x -t) o (y - t)*

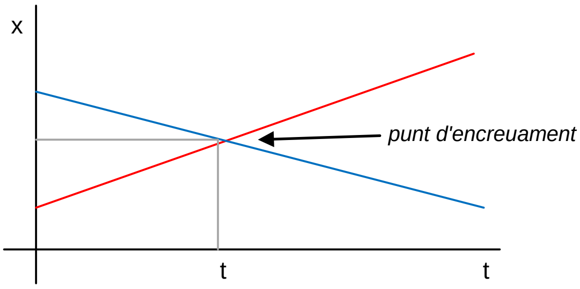


(a) Velocitats positives; augmenta la posició a mesura que passa el temps.



(b) Velocitats negatives; disminueix la posició a mesura que passa el temps.

Molt sovint es representen sobre uns mateixos eixos de coordenades de gràfics posició - temps (x-t) de moviments diferents per tal de comparar-los i determinar on s'encreuen (on es trobaran).



Exemple:

Per una carretera rectilínia circula un mòbil A, a velocitat constant de 72km/h, i passa davant un rètol que indica que hi ha una gasolinera a 1500m. Dos segons més tard,un altre mòbil B passa per la gasolinera a 108km/h, circulant en sentit contrari.

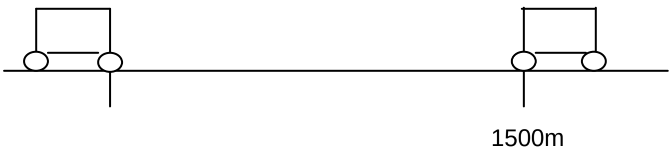
(a) **Escriu les equacions de moviment de cada mòbil.**

(b) **Calcula l'instant i el punt en que es trobaran tots dos.**

Esquema de la situació

X_0 A = 0
t_0 A = 0
[MRU]

X_0 B = 1500m
t_0 B = 2s
[MRU]



<u>PRIMERES OPERACIONS</u>

$$72\ \frac{km}{h} \cdot \frac{10^3\ m}{1km} \cdot \frac{1h}{3600s} = 20m/s \qquad 108\ \frac{km}{h} \cdot \frac{10^3 m}{1km} \cdot \frac{1h}{3600s} = 30m/s$$

(a)

<u>Mòbil A</u>

$x = x_0 + v\ (t - t_0)$
$x = 0 + 20\ (t - 0)$
$x = 20t$

<u>Mòbil B</u>

$x = x_0 + v\ (t - t_0)$
$x = 1500 - 30\ (t - 2)$
$x = 1500 - 30t + 60$

(b) *Resolució 'gràfica'*

Per resoldre'l gràficament, ja sabent el sistema d'equacions que hem trobat per poder resoldre l'activitat de forma numèrica, només hauríem d'inventar intervals de temps i anat dibuixant una recta per cada moviment. El punt on es creuessin seria la distància a la qual es trobarien de la gasolinera.

(b) *Resolució numèrica*

$$\left.\begin{array}{l} x = 20t \\ x = -30t + 1560 \end{array}\right\} \quad x = 20(31'2) = \mathbf{624m}$$
(de la gasolinera)

$20t = -30t + 1560$
$20t + 30t = 1560$
$50t = 1560$
$t = 1560/50$
$\mathbf{t = 31'2\ s}$

3. El *gràfic acceleració - temps (a - t)* donaria el valor 0 durant tot el temps ja que aquesta magnitud no actua sobre l' MRU.

Moviment rectilini uniformement accelerat (MRUA)

(Ratoneja AQUÍ i fes-ho seguidament amb el títol)

Direm que una partícula està en **moviment rectilini uniformement accelerat** si manté la seva acceleració constant i, per tant, la seva velocitat varia proporcionalment al temps transcorregut.

Tal i com hem vist anteriorment, són necessàries les equacions i els models de representacions gràfiques per descriure qualsevol moviment rectilini:

A. Equació de velocitat

Considerant que la partícula surt de la posició $\mathbf{x_0}$ en l'instant $\mathbf{t_0}$ a una velocitat $\mathbf{v_0}$ i passa per la posició **x** en l'instant **t** a una velocitat **v**, aplicant la definició d'acceleració podem obtenir l'equació de velocitat:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \longrightarrow v = v_0 + a\,(t - t_0)$$

B. Equació de moviment

$$x = x_0 + v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}\,a\,(t - t_0)^2$$

C. Equació que relaciona la velocitat amb la posició (equació que s'obté a partir de la de velocitat i la de moviment).

1. *Aïllem Δt de l'equació de velocitat* [$v = v_0 + a\,(t - t_0)$]:

$$\Delta t = \frac{v - v_0}{a}$$

2. *Substituïm aquest Δt en l'equació de moviment* $x = x_0 + v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}\,a\,(t - t_0)^2$

$$x = x_0 + v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}\,a\,(t - t_0)^2$$

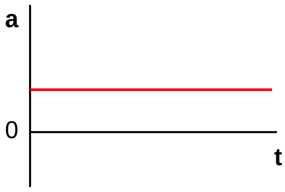
$$x = x_0 + v_0\,\frac{v - v_0}{a} + \frac{(v - v_0)^2}{2a}$$

$$x - x_0 = \frac{v_0\,v}{a} - \frac{v_0^2}{a} + \frac{v_0^2}{2a} - \frac{2\,(v\,.\,v_0)}{2a} + \frac{v_0^2}{2a}$$

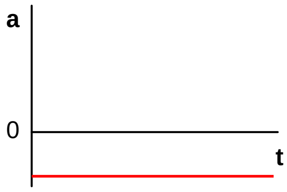
$$\Delta x = \frac{v^2}{2a} - \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \longrightarrow \mathbf{v^2 - v_0^2 = 2\,a\,\Delta x}$$

D. **Representació gràfica**

1. *Gràfic acceleració - temps (a - t)*

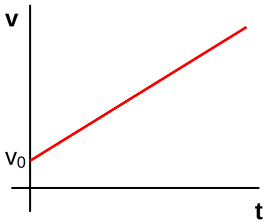


(a) *Acceleració positiva.*

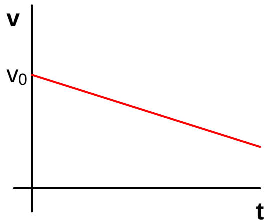


(b) *Acceleració negativa.*

2. *Gràfic velocitat - temps (v -t)*

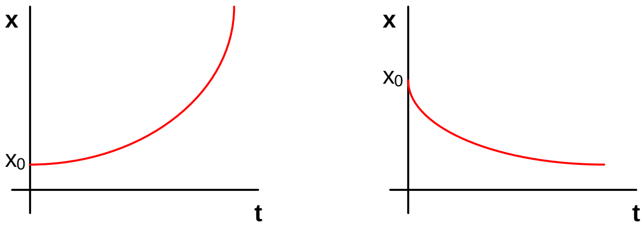


(a) Acceleracions positives; augment de la velocitat amb el temps.

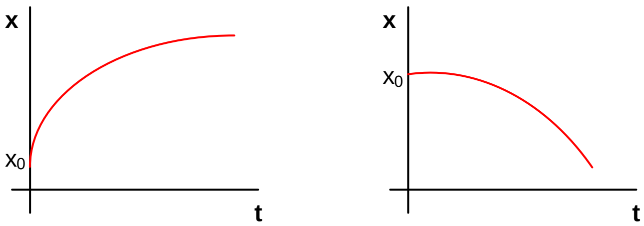


(b) Acceleracions negatives; disminució de la velocitat a mesura que passa el temps.

3. *Gràfic posició - temps (x - t) o (y - t)*



(a) Acceleracions positives.



(b) Acceleracions negatives.

En un MRU s'acostumen a representar sobre uns mateixos eixos de coordenades de gràfics posició - temps (x-t) de moviments diferents per tal de comparar-los i determinar on s'encreuen. A aquestes representacions no només han de participar moviments sense acceleració; també poden representar-se dos moviments accelerats, així com tenim la possibilitat de representar-ne un de cada.

Els cossos situats a prop de la Terra són atrets per la **força de la gravetat**. Experimenten, doncs, una acceleració constant que s'anomena **acceleració de la gravetat**, es designa pel símbol **g** i equival, aproximadament, a **- 9'8 m/s^2** (és un vector en la direcció Y i sentit negatiu).

Si no hi hagués aire a la superfície terrestre observaríem, tal i com afirmà Galileu al segle XVII, que sempre i quan els llancéssim des de la mateixa alçària i al mateix temps, dos cossos arribarien a terra al mateix instant.

Ens trobarem davant d'un MRUA i farem servir les **fórmules** treballades anteriorment tot substituint el símbol d'acceleració (**a**) pel de acceleració de la gravetat (**g**) i el de **x** pel de **y** (ja que es tracta d'un moviment vertical i no pas d'un d'horitzontal).

$$g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \longrightarrow v = v_0 + g\,(t - t_0)$$

$$y = y_0 + v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}\,a\,(t - t_0)^2$$

$$v^2 - v_0^{\,2} = 2\,g\,\Delta x$$