# Conservació de l'energia

El aquesta unitat **aplicarem les consideracions energètiques a l'estudi de la mecànica dels cossos**.

El 1842, el físic i metge alemany *Julius-Robert van Mayer* va establir el concepte modern d'energia i l'enunciat del ***principi de conservació de l'energia*** que diu que l'energia no es crea ni es destrueix sinó que es transforma.

Tot i que l'energia es pot presentar en les diferents formes que vam estudiar al tema anterior, qualsevol manifestació energètica és el resultat de les interaccions fonamentals de l'Univers:

### 1. *Força gravitatòria*

L'atracció gravitatòria és al responsable de la força que efectua la Terra o qualsevol astre sobre els cossos. Dues masses qualsevol estan sotmeses a una força d'atracció gravitatòria (F) que Isaac Newton va descriure amb la *llei de gravitació universal*:

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

### *2. Força electromagnètica*

La força electromagnètica afecta els cossos elèctricament carregats, i és la força involucrada en les interaccions entre àtoms i molècules. Poden ser forces d'atracció o de repulsió i el seu abast és infinit.

### 3. *Força nuclear forta*

Interacció que manté unides les partícules que formen els nuclis atòmics. Té un abast molt petit.

### 4. *Força nuclear feble*

Interacció responsable de la desintegració dels neutrons associada a la radioactivitat.

La llei de la conservació de l'energia regeix tots els processos naturals però en el cas d'un procés en el que intervingui l'energia mecànica, parlarem del ***principi de conservació de l'energia mecànica***, segons el qual, ***per a cossos on només actuen forces conservatives***, l'energia mecànica es conserva al llarg del temps, és a dir, es manté constant. Això s'explica de forma matemàtica d'aquesta manera:

$W = \Delta E_c$ i $W = - \Delta E_p$

$W = W$

$\Delta E_c = - \Delta E_p$

$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$

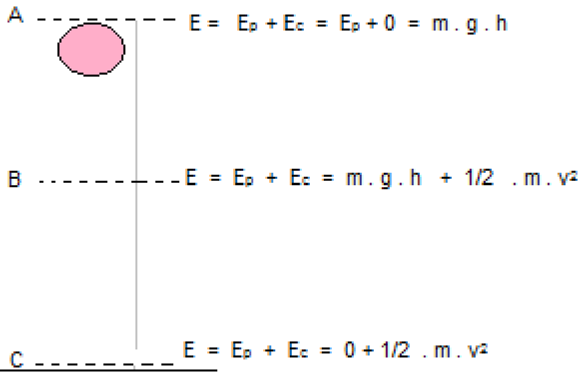
$\Delta (E_c + E_p) = 0$

$\Delta E = 0$, és a dir, *E = constant*

Podem **aplicar aquest principi a les forces conservatives** que ja hem estudiat a la unitat anterior:

## ***A.*** *Pes*

Si damunt d'un cos, que està situat a una certa altura, només hi actua el seu pes i el deixem caure lliurement o el llancem amb una certa velocitat, com que el pes és una força conservativa, l'energia mecànica del cos es conserva en qualsevol punt del seu recorregut:




Ens demanin el que ens demanin, tenint en comte tot el que s'ha explicat fins ara, podem trobar-lo.

$E_A = E_B = E_C$

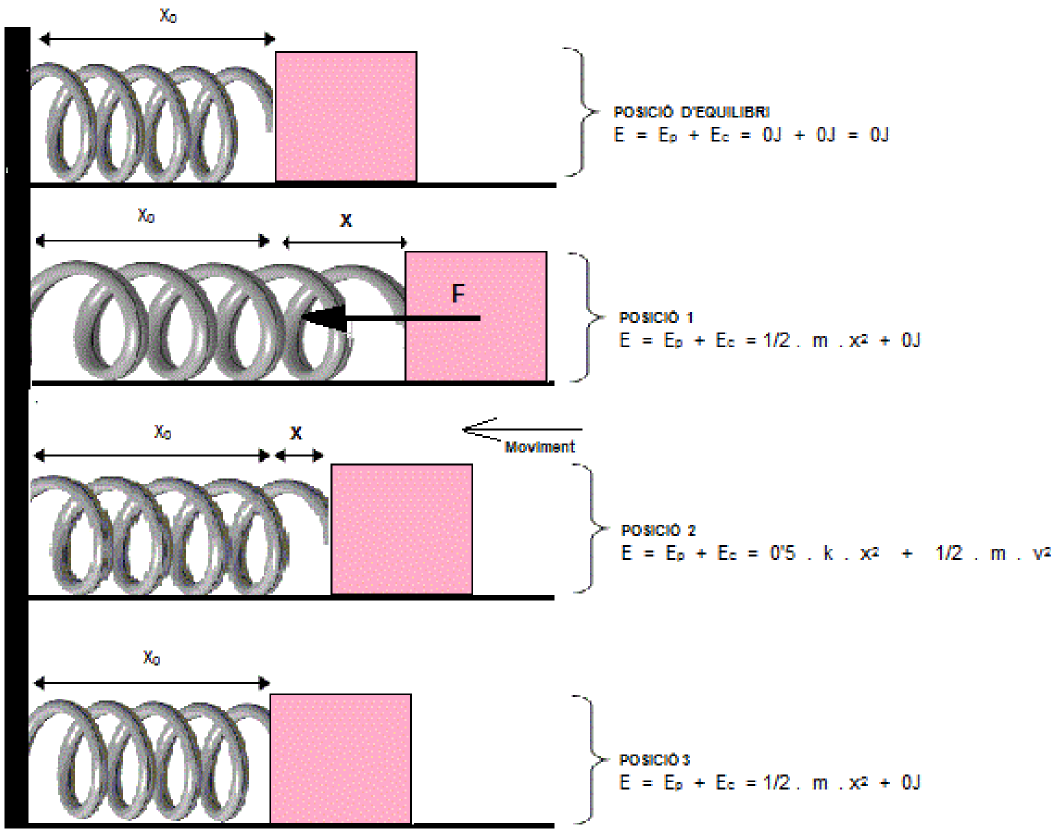
- Hem de tenir present que, en aquesta mena de problemes, la velocitat amb que el cos arriba a terra o surt disparat no manté relació amb la massa ja que:

$E_A = E_B = E_C \rightarrow E_A = E_C \rightarrow E_p = E_c \rightarrow$

$\rightarrow \cancel{m} . g . h_0 = 1/2 . \cancel{m} . v_f^{\,2}$

## **B.** *La força elàstica*

Considerem un cos subjectat d'una molla damunt d'un pla horitzontal i en posició d'equilibri ($x_0$). Si damunt d'aquest cos la única força que actua en sentit del moviment és l'elàstica (F = - k x), l'energia mecànica es conserva en qualsevol posició del seu recorregut ja que és una força conservativa.




***Posició d'equilibri***

Posició natural de la molla. Encara no se li ha aplicat cap força externa.

***Posició 1***

El cos es troba en repòs, separat de la posició d'equilibri.

***Posició 2***

El cos es troba en qualsevol posició intermèdia del recorregut (en qualsevol posició entre la d'equilibri i la primera) sense estar en repòs.

***Posició 3***

Moment just en el que el cos arriba de nou a la posició d'equilibri.

***En el cas que actuïn forces no conservatives, l'energia mecànica no es conserva en tots els punts***. Podem anar traient conclusions respecte al treball en el cas de les forces no conservatives de la forma següent:

$W = \Delta E_c$ *(Teorema que sempre es compleix tant en forces conservatives com en forces no conservatives)*

$W = -\Delta E_p$ *(Teorema que sols es compleix en el cas que actuïn forces no conservatives).*

En el cas més general, s'ha de tenir en compte tant el treball realitzat per les forces conservatives com l' efectuat per les no conservatives:

$W = W_{F\ conservatives} + W_{F\ no\ conservatives}$

$W = -\Delta E_p + W_{F\ no\ conservatives}$

$\Delta E_c = -\Delta E_p + W_{F\ no\ conservatives}$

$W_{F\ no\ conservatives} = \Delta E_c + \Delta E_p$

$W_{F\ no\ conservatives} = \Delta (E_c + \Delta E_p)$

$\mathbf{W_{F\ no\ conservatives} = \Delta E}$ → ***El treball realitzat per les forces no conservatives és igual a la variació de l'energia mecànica del cos***.

Del treball realitzat per les forces no conservatives, una part es transforma en altres formes d'energia (sonora, elèctrica . . .) que són, en realitat, formes d'energia mecànica, i l'altra part es degrada dissipant-se en forma de ***calor***, que es defineix com la *forma d'energia que es transmet d'un sistema a un altre quan existeix una diferència de temperatura entre ells*.

La calor (Q) que es transfereix a un sistema depèn de la variació de temperatura (ΔT), la massa (m) i la calor específica del cos (c) :

$\mathbf{Q = c \cdot m \cdot \Delta T}$

- ✓ La **temperatura** d'un cos és la mesura de l'agitació tèrmica de les partícules que el formen. Com més gran és aquesta agitació, superior és el valor de la temperatura.
  La unitat de temperatura al SI és el Kelvin **(K).**
- ✓ La **calor específica** d'una substància és la calor que ha de rebre la unitat de massa per pujar la seva temperatura un grau Kelvin. La seva unitat al SI és el $J/_{kg} \cdot K$

La ***força de fregament***, com ja sabem, és una força no conservativa que s'oposa al moviment. El seu treball és sempre negatiu i, per tant, dóna lloc a una disminució de l'energia mecànica del cos sobre el quan actua.

Aquest treball es transforma en energia calorífica i, d'aquesta manera, el treball total el transforma.

Les ***forces externes*** són ***no conservatives*** quan el treball que fan sobre un cos va d'una posició A a una B depèn de la trajectòria seguida. Les forces no conservatives, com ja hauríem de saber, poden fer augmentar l'energia mecànica d'un sistema.

# *Xocs*

Un **xoc o col.lisió** és l' impacte de dues o més partícules de les quals al menys una està en moviment. Per estudiar qualsevol xoc, **hem d'estudiar tres situacions** (ABANS DEL XOC, DURANT EL XOC i DESPRÉS DEL XOC) que tenen la mateixa quantitat de moviment.

Com que les forces externes són negligibles, podem aplicar el *principi de conservació de la quantitat de moviment*. A més, com que hi ha intercanvi entre les partícules,podem aplicar el *principi de conservació de l'energia*.

Hi ha diversos **tipus de xocs**:

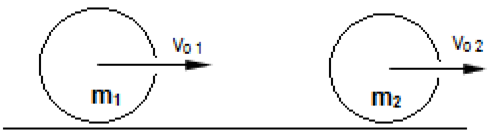
## A. *Xocs elàstic*

Es produeix quan els cossos, una vegada han xocat, recobren la seva forma primitiva i es mouen independentment l'un de l'altre amb una certa velocitat. , tot conservant l'energia cinètica.

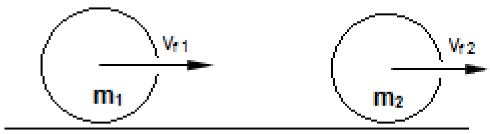
Els únics xocs realment elàstics són els que tenen lloc entre les partícules atòmiques nuclears i fonamentals.

*Imaginem dues partícules, de masses $m_1$ i $m_2$, que es mouen inicialment a velocitats $v_{0\,1}$ i $v_{0\,2}$, respectivament, i xoquen frontalment.*

Abans del xoc




Després del xoc




$p_0 = m_1 \cdot v_{0\,1} + m_2 \cdot v_{0\,2}$

$E_{c\,0} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{0\,1}^{\,2} + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_{0\,2}^{\,2}$

$p_f = m_1 \cdot v_{f\,1} + m_2 \cdot v_{f\,2}$

$E_{c\,f} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{f\,1}^{\,2} + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_{f\,2}^{\,2}$

*Sabent això podem deduir dos equacions:*

1. *Equació relacionada amb la conservació de la quantitat de moviment*

$p_0 = p_f$

$m_1 \cdot v_{0\,1} + m_2 \cdot v_{0\,2} = m_1 \cdot v_{f\,1} + m_2 \cdot v_{f\,2}$

$m_1 \cdot v_{0\,1} - m_1 \cdot v_{f\,1} = m_2 \cdot v_{f\,2} - m_2 \cdot v_{0\,2}$

$m_1\ (v_{0\,1} - v_{f\,1}) = m_2\ (v_{f\,2} - v_{0\,2})$

**2.** *Equació relacionada amb la conservació de l'energia cinètica*

$E_{c\,0} = E_{c\,f}$

$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{0\,1}^{\,2} + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_{0\,2}^{\,2} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{f\,1}^{\,2} + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_{f\,2}^{\,2}$

$m_1 \cdot v_{0\,1}^{\,2} + m_2 \cdot v_{0\,2}^{\,2} = m_1 \cdot v_{f\,1}^{\,2} + m_2 \cdot v_{f\,2}^{\,2}$

$m_1 \cdot v_{0\,1}^{\,2} - m_1 \cdot v_{f\,1}^{\,2} = m_2 \cdot v_{f\,2}^{\,2} - m_2 \cdot v_{0\,2}^{\,2}$

$m_1\ (v_{0\,1}^{\,2} - v_{f\,1}^{\,2}) = m_2\ (v_{f\,2}^{\,2} - v_{0\,2}^{\,2})$

$m_1\ (v_{0\,1} - v_{f\,1})\,(v_{0\,1} + v_{f\,1}) = m_2\ (v_{f\,2} - v_{0\,2})\,(v_{f\,2} + v_{0\,2})$

*D'aquestes dues equacions podem deduir-ne una tercera:*

$$\frac{m_1\ (v_{0\,1} - v_{f\,1})\,(v_{0\,1} + v_{f\,1}) = m_2\ (v_{f\,2} - v_{0\,2})\,(v_{f\,2} + v_{0\,2})}{m_1\ (v_{0\,1} - v_{f\,1}) = m_2\ (v_{f\,2} - v_{0\,2})} \qquad v_{0\,1} + v_{f\,1}$$

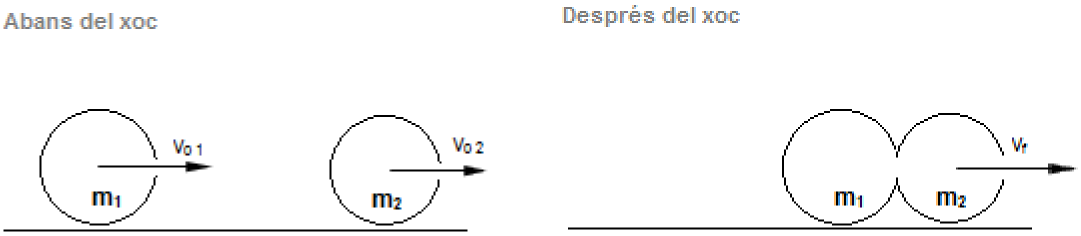
$v_{0\,1} + v_{f\,1} = v_{f\,2} + v_{0\,2} \quad \rightarrow \quad v_{0\,1} - v_{0\,2} = v_{f\,2} - v_{f\,1} \quad \rightarrow \quad \mathbf{v_{0\,1} - v_{0\,2} = -(v_{f\,2} - v_{f\,1})}$

D'aquesta darrera fórmula deduïm que, **sempre i quan els xoc sigui frontal, la velocitat en que s'apropen dos cossos abans de xocar és igual a la velocitat en que s'allunyen.**

## **B.** *Xocs inelàstics*

En aquesta mena de xoc es conserva la quantitat de moviment i l'energia total, però no es conserva l'energia cinètica (al principi és més gran que al final). Malgrat aquesta disminució, el principi de conservació de la quantitat d'energia és vàlid.

*Imaginem dues partícules, de masses $m_1$ i $m_2$, que es mouen inicialment a velocitats $v_{0\,1}$ i $v_{0\,2}$, respectivament, i xoquen quedant-se $m_1$ incrustada a $m_2$ i viatjant a una velocitat final $v_f$.*




$p_0 = m_1 \cdot v_{0\,1} + m_2 \cdot v_{0\,2}$

$E_{c\,0} = {}^1/_2 \cdot m_1 \cdot v_{0\,1}^{\,2} + {}^1/_2 \cdot m_1 \cdot v_{0\,2}^{\,2}$

$p_f = (m_1 + m_2) \cdot v_f$

$E_{c\,f} = {}^1/_2\ (m_1 + m_2)\ v_f^{\,2}$

*Sabent això podem deduir dos equacions:*

1. *Equació relacionada amb la conservació de la quantitat de moviment:*

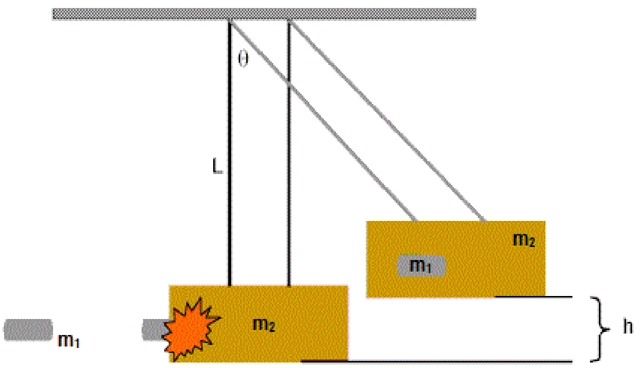
$p_0 = p_f$

$m_1 \cdot v_{0\,1} + m_2 \cdot v_{0\,2} = (m_1 + m_2)\ v_f$

2. *L'equació relacionada amb l' increment d'energia cinètica:*

$\Delta E_c = E_{c\,f} - E_{c\,0} = {}^1/_2\ (m_1 + m_2)\ v_f^{\,2} - ({}^1/_2 \cdot m_1 \cdot v_{0\,1}^{\,2} + {}^1/_2 \cdot m_1 \cdot v_{0\,2}^{\,2})$

*Una aplicació del xoc perfectament inelàstic i del principi de la conservació de l'energia mecànica és l'anomenat pèndol balístic:*




*Abans del xoc*

$p_1 = m_1 \cdot v_{0\,1} + m_2 \cdot v_{0\,2}$

$E_1 = E_c + E_p = 0$

*Durant el xoc*

$p_1 = (m_1 + m_2)\ v_f$

$E_2 = E_c + E_p = {}^1/_2\,(m_1 + m_2)\ v_0^{\,2} + 0$

*Durant el xoc*

$E_3 = E_c + E_p = 0 + (m_1 + m_2)\ g \cdot h$

*Sabent això podem deduir dos equacions:*

1. *Equació relacionada amb la conservació de la quantitat de moviment:*

$p_0 = p_f$

$m_1 \cdot v_{0\,1} + m_2 \cdot v_{0\,2} = (m_1 + m_2)\ v_f$

$m_1 \cdot v_{0\,1} + m_2 \cdot 0 = (m_1 + m_2)\ v_f$

$m_1 \cdot v_{0\,1} = (m_1 + m_2)\ v_f \rightarrow v_{0\,1} = \dfrac{(m_1 + m_2)\,v_f}{m_1}$

2. *L'equació relacionada amb l' increment d'energia cinètica:*

$E_2 = E_3$

${}^1/_2\,(m_1 + m_2)\ v_f^{\,2} = (m_1 + m_2)\ g \cdot h$

${}^1/_2 \cdot v_f^{\,2} = g \cdot h \rightarrow v_f = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$